



# MÉTODOS DE INTEGRACIÓN I

integrales inmediatas y casi inmediatas · sin cambio de variable

Integrar es derivar al revés:  
busca F con  $F' = f$ .

## 1 LA INTEGRAL INDEFINIDA · idea y propiedades

### ¿Qué es una primitiva?

$F(x)$  es **primitiva** de  $f(x)$  si  $F'(x) = f(x)$ . La integral indefinida reúne **todas** las primitivas:

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

La constante **C** nunca falta: dos primitivas se diferencian en una constante.

### Linealidad (la propiedad clave)

$$\int [a \cdot f(x) \pm b \cdot g(x)] dx = a \int f(x) dx \pm b \int g(x) dx$$

Las constantes salen fuera y la integral de una suma es la suma de integrales.

### ¡Ojo! No hay regla del producto

A diferencia de derivar, **no existe** una fórmula directa para  $\int f \cdot g$  ni para  $\int f/g$ . Por eso hacen falta **métodos**: empezamos por reconocer las integrales de la tabla.

## 2 TABLA DE INTEGRALES INMEDIATAS · hay que sabérsela de memoria

### POTENCIALES Y LOGARÍTMICA

$$\int k dx = k \cdot x + C$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1)$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

### EXPONENCIALES

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

### TRIGONOMÉTRICAS

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \sec^2 x dx = \tan x + C$$

$$\int \operatorname{cosec}^2 x dx = -\cotg x + C$$

### TRIGONOMÉTRICAS INVERSAS

$$\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \operatorname{arcsen} x + C$$



### 3 CASI INMEDIATAS · ajustar la constante para que sean inmediatas

#### La idea: reconocer u y su derivada

Si dentro hay una función **u(x)** y aparece **su derivada u'** **multiplicando**, la integral es inmediata sobre u:

$$\int f(u) \cdot u' dx = F(u) + C$$

#### El truco de la constante

Si a la u' solo le falta un **número**, se mete dentro y se compensa fuera con su inverso (**x2 dentro** → **x½ fuera**):

$$\int e^{2x} dx = \frac{1}{2} \int 2 \cdot e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^{2x} + C$$

#### INMEDIATA (EN X)

#### COMPUESTA · CASI INMEDIATA (EN U)

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\int u^n \cdot u' dx = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$\int \frac{u'}{u} dx = \ln|u| + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int e^u \cdot u' dx = e^u + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int u' \cdot \cos u dx = \sin u + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int u' \cdot \sin u dx = -\cos u + C$$

$$\int \sec^2 x dx = \tan x + C$$

$$\int u' \cdot \sec^2 u dx = \tan u + C$$

$$\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctg x + C$$

$$\int \frac{u'}{1+u^2} dx = \arctg u + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsen x + C$$

$$\int \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}} dx = \arcsen u + C$$

### 4 EJEMPLOS RESUELTOS · reconocer u y ajustar la constante

**Truco del ajuste:** si falta un **factor numérico** para tener u', se multiplica y divide por él (nunca por una variable).

$$\overset{1}{\int (2x+1)^4 dx} = \frac{1}{2} \int (2x+1)^4 \cdot 2 dx = \frac{(2x+1)^5}{10} + C \quad (u = 2x+1) \quad \overset{4}{\int \cos(5x) dx} = \frac{1}{5} \int 5 \cdot \cos(5x) dx = \frac{1}{5} \sin(5x) + C$$

$$\overset{2}{\int \frac{x}{x^2+3} dx} = \frac{1}{2} \int \frac{2x}{x^2+3} dx = \frac{1}{2} \ln(x^2+3) + C \quad \overset{5}{\int 3x^2 \cdot (x^3+1)^4 dx} = \frac{(x^3+1)^5}{5} + C \quad (u' \text{ ya está: } u = x^3+1)$$

$$\overset{3}{\int x \cdot e^{x^2} dx} = \frac{1}{2} \int 2x \cdot e^{x^2} dx = \frac{1}{2} e^{x^2} + C \quad \overset{6}{\int \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx} = \int \frac{e^x}{1+(e^x)^2} dx = \arctg(e^x) + C$$

### 5 AVISOS FRECUENTES · lo que descuenta en la PAU

#### La +C y el valor absoluto

En la indefinida, **siempre + C**.  
Y el logaritmo lleva valor absoluto:  $\int (1/x) dx = \ln|x| + C$ .

#### Solo se ajustan constantes

Puedes meter/sacar **factores numéricos**, pero **nunca variables**:  $\int x \dots$  no se arregla metiendo una x.

#### Si no aparece u'...

...no es casi inmediata. Harán falta **cambio de variable** o **por partes** (Métodos de Integración II).