



PROBABILIDAD I · SUCESOS

operaciones con sucesos · diagramas de Venn · leyes de De Morgan

Los sucesos son conjuntos:
se unen, se cortan y se complementan.

1 EXPERIMENTO ALEATORIO Y SUCESOS

Conceptos

Experimento aleatorio: su resultado no se puede predecir.

Espacio muestral E: conjunto de **todos** los resultados posibles.

Suceso: cualquier subconjunto de E.

Tipos de suceso

Elemental: un único resultado.

Compuesto: varios.

Seguro: E (siempre ocurre).

Imposible: $\emptyset$ (nunca).

Contrario de A: $\bar{A}$ (ocurre cuando A no ocurre).

Ejemplo · lanzar un dado

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

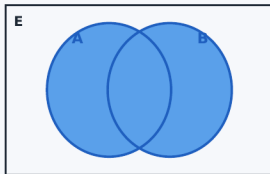
$A = \text{"salir par"} = \{2, 4, 6\}$

$B = \text{"mayor que 3"} = \{4, 5, 6\}$

$\bar{A} = \{1, 3, 5\}$ · $\bar{B} = \{1, 2, 3\}$

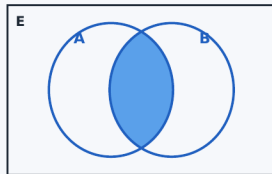
2 OPERACIONES CON SUCESOS · con diagramas de Venn (dado: $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{4, 5, 6\}$)

$A \cup B$



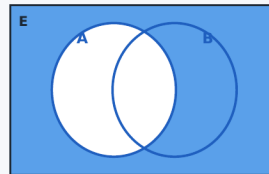
Unión: ocurre A o B (al menos uno).
 $= \{2, 4, 5, 6\}$

$A \cap B$



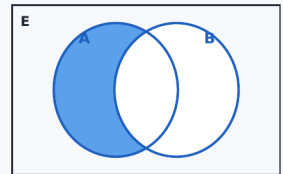
Intersección: ocurren A y B a la vez.
 $= \{4, 6\}$

$\bar{A}$



Contrario: todo lo que **no** está en A.
 $= \{1, 3, 5\}$

$A - B$



Diferencia: A pero no B.
Es $A \cap \bar{B}$.
 $= \{2\}$

3 PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES

Conmutativa: $A \cup B = B \cup A$; $A \cap B = B \cap A$

Asociativa: $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

Idempotente: $A \cup A = A$; $A \cap A = A$

Distributiva: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

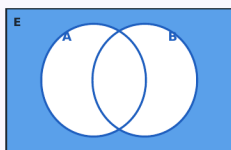
Neutro: $A \cup \emptyset = A$; $A \cap E = A$

Complementario: $A \cup \bar{A} = E$; $A \cap \bar{A} = \emptyset$

4 LEYES DE DE MORGAN · el contrario cambia $\cup$ por $\cap$

La idea: al pasar al contrario, la **unión** se convierte en **intersección** y la **intersección** en **unión**, complementando cada suceso.

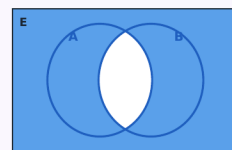
$$(A \cup B)^c = \bar{A} \cap \bar{B}$$



«No ocurre ninguno»: ni A ni B.

Dado: $(A \cup B)^c = \{1, 3\} = \bar{A} \cap \bar{B} = \{1, 3, 5\} \cap \{1, 2, 3\}$

$$(A \cap B)^c = \bar{A} \cup \bar{B}$$

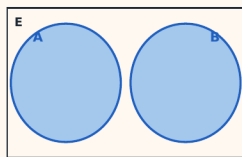


«No ocurren los dos a la vez»: falla A o falla B.

Dado: $(A \cap B)^c = \{1, 2, 3, 5\} = \bar{A} \cup \bar{B} = \{1, 3, 5\} \cup \{1, 2, 3\}$

5 SUCESOS COMPATIBLES E INCOMPATIBLES

Incompatibles



$A \cap B = \emptyset$ (no pueden ocurrir a la vez).

Ejemplo resuelto · dado

- 1 $A = \text{"par"} = \{2, 4, 6\}$ y $C = \text{"impar"} = \{1, 3, 5\}$: $A \cap C = \emptyset \Rightarrow$ son **incompatibles** (además son contrarios: $C = \bar{A}$).
- 2 $A = \{2, 4, 6\}$ y $B = \{4, 5, 6\}$: $A \cap B = \{4, 6\} \neq \emptyset \Rightarrow$ son **compatibles**.
- 3 **Ojo:** incompatibles no es lo mismo que contrarios. Contrarios $\Rightarrow$ incompatibles, pero **no** al revés (deben además cubrir todo E).

6 DEL LENGUAJE ORDINARIO AL LENGUAJE DE SUCESOS

Casi todo problema de PAU empieza traduciendo una frase. Con el dado: $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \text{«par»} = \{2, 4, 6\}$, $B = \text{«mayor que 3»} = \{4, 5, 6\}$.

Se dice...	Se escribe...	En el dado
Ocorre A o B (al menos uno)	$A \cup B$	$\{2, 4, 5, 6\}$
Ocurren A y B (los dos a la vez)	$A \cap B$	$\{4, 6\}$
No ocurre A	$\bar{A}$	$\{1, 3, 5\}$
Ocorre A pero no B	$A - B = A \cap \bar{B}$	$\{2\}$
No ocurre ninguno de los dos	$(A \cup B)^c = \bar{A} \cap \bar{B}$	$\{1, 3\}$
Ocorre como mucho uno (no los dos)	$(A \cap B)^c = \bar{A} \cup \bar{B}$	$\{1, 2, 3, 5\}$
Ocorre exactamente uno de los dos	$(A - B) \cup (B - A)$	$\{2, 5\}$

7 AVISOS FRECUENTES

⚠ La diferencia no es conmutativa

$A - B = \{2\}$ pero $B - A = \{5\}$. **No son lo mismo.**
Recuerda: $A - B = A \cap \bar{B}$.

⚠ Incompatibles $\neq$ contrarios

$A = \{2, 4, 6\}$ y $D = \{1\}$ son incompatibles, pero **no** contrarios ($A \cup D \neq E$). Ser contrarios exige $A \cap D = \emptyset$ y $A \cup D = E$.

⚠ El contrario no se «reparte»

$(A \cup B)^c = \{1, 3\}$, mientras que $\bar{A} \cap \bar{B} = \{1, 2, 3, 5\}$. Hay que **cambiar el símbolo** (De Morgan).

⚠ Doble contrario

$(\bar{A})^c = A$. Y ojo: **incompatibles** es de sucesos; **independientes** es de probabilidades (Probabilidad II).

