



RESOLVER SISTEMAS POR GAUSS

método de Gauss · SCD y SCI (con $z = \lambda$) paso a paso

Escalonar la matriz ampliada y sustituir hacia atrás.

1 LA IDEA DEL MÉTODO

Los tres pasos

- 1 Escribe la **matriz ampliada** ($A | b$) del sistema.
- 2 Con operaciones de fila, haz **ceros por debajo de la diagonal** (forma escalonada / triangular).
- 3 **Sustitución hacia atrás**: de la última fila a la primera, vas despejando cada incógnita.

Cómo se «lee» el resultado

- Si queda triangular sin filas raras $\Rightarrow$ **SCD** (solución única).
- Si aparece una **fila de ceros** ($0 \ 0 \ 0 \ | \ 0$) $\Rightarrow$ sobra una ecuación $\Rightarrow$ **SCI**: se toma una incógnita como parámetro ($z = \lambda$).
- Si aparece ($0 \ 0 \ 0 \ | \ k$) con $k \neq 0 \Rightarrow$ **SI** (incompatible: $0 = k$ es imposible).

2 EJEMPLO 1 · SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO

$$\begin{cases} 2x + y + z = 3 \\ x - y + z = 0 \\ x + 2y - z = 3 \end{cases}$$

Paso 1 · escalonar (intercambiamos filas para tener un 1 arriba y hacemos ceros debajo):

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{F_2 \rightarrow F_2 - 2F_1 \\ F_3 \rightarrow F_3 - F_1}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & 3 \\ 0 & 3 & -2 & 3 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 \rightarrow F_3 - F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{array} \right)$$

Paso 2 · sustitución hacia atrás (de abajo arriba):

- 1 Última fila: $-z = 0 \Rightarrow z = 0$.
- 2 Segunda fila: $3y - z = 3 \Rightarrow 3y = 3 \Rightarrow y = 1$.
- 3 Primera fila: $x - y + z = 0 \Rightarrow x - 1 + 0 = 0 \Rightarrow x = 1$.

Solución única: $(x, y, z) = (1, 1, 0)$. Es el mismo resultado que por Cramer.



3 EJEMPLO 2 · SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO · con $z = \lambda$

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x - y + 2z = 4 \\ 2x + 3z = 7 \end{cases}$$

Paso 1 · escalonar la matriz ampliada:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 3 & 7 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{F_2 \rightarrow F_2 - F_1 \\ F_3 \rightarrow F_3 - 2F_1}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 \rightarrow F_3 - F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

La última fila es $0 \ 0 \ 0 \ | \ 0$ (una ecuación sobra) $\Rightarrow$ **Sistema Compatible Indeterminado**. Quedan 2 ecuaciones y 3 incógnitas: tomamos $z = \lambda$ como parámetro.

Paso 2 · sustitución hacia atrás con $z = \lambda$:

1 Tomamos $z = \lambda$ (parámetro libre).

2 Segunda fila: $-2y + z = 1 \Rightarrow -2y + \lambda = 1 \Rightarrow y = \frac{\lambda - 1}{2}$.

3 Primera fila: $x + y + z = 3 \Rightarrow x = 3 - y - \lambda = 3 - \frac{\lambda - 1}{2} - \lambda = \frac{7 - 3\lambda}{2}$.

$$x = \frac{7 - 3\lambda}{2} \quad y = \frac{\lambda - 1}{2} \quad z = \lambda$$

Infinitas soluciones (una por cada λ). Con $\lambda = 1$: (2, 0, 1), que cumple las tres ecuaciones. Coincide con lo obtenido por Cramer.

4 AVISOS FRECUENTES

⚠ Opera con toda la fila

Cada $F_i \rightarrow F_i + k \cdot F_j$ incluye también el **término independiente** (la parte de después de la barra).

⚠ Lee bien la última fila

$(0 \ 0 \ 0 \ | \ 0) \Rightarrow$ SCI. $(0 \ 0 \ 0 \ | \ k \neq 0) \Rightarrow$ SI. Triangular completa $\Rightarrow$ SCD.

⚠ El parámetro es libre

En el SCI, $z = \lambda$ puede tomar cualquier valor; x e y quedan **en función de λ** . Da igual llamar al parámetro λ , t o z .

⚠ Gauss y Cramer coinciden

Son dos caminos para lo mismo. Gauss es más cómodo con sistemas grandes o con fracciones; Cramer, cuando se piden fórmulas.

